УДК 004.89, 004.93

К.В. Мурыгин
Институт проблем искусственного интеллекта МОН и НАН Украины, г. Донецк
kir@iai.donetsk.ua

Построение классификаторов на основе разделяющих поверхностей

В статье рассматривается проблема построения полиномиальной разделяющей гиперповерхности для задачи классификации двух классов изображений. Предлагается итерационный метод, позволяющий получать разделяющие гиперповерхности с учетом особенностей расположения обучающих объектов на границе между классами. Метод основан на взвешивании обучающих объектов в зависимости от их удалённости от межклассовой границы.

Введение

Почти все объекты, которые в практических задачах необходимо обнаружить на изображениях, обладают внутриклассовой изменчивостью. Такая изменчивость может быть связана с различными факторами как собственными свойствами объекта, так и факторами среды, в которой происходило получение его изображения [1-4]. Среди последних два основных фактора находят отражение в таких характеристиках изображения, как яркость и контрастность.

Яркость характеризуется средней яркостью изображения, а контрастность – средним квадратическим разбросом яркости. Вследствие необходимости инвариантной к ним классификации обычно прибегают к нормированию сопоставляемых изображений таким образом, чтобы средняя яркость равнялась нулю, а модуль – единице. В этом пространстве все изображения фиксированных размеров $N = w \times h$ лежат на N-мерной сфере с центром в точке (0,0,…,0). Причем изображения, принадлежащие объектам, занимают некоторую компактную область, которую и необходимо отделить от всех остальных изображений.

Для описанного вида расположения объектов в пространстве признаков удобно использовать полиномиальные разделяющие функции 2-го порядка и выше. Так как пространство признаков имеет большую размерность, равную размеру самого изображения объекта, и даже при переходе в пространство главных компонент размерность пространства, как правило, больше 20, то для качественного описания положения объектов в пространстве признаков обучающей последовательности объемом даже в несколько сотен тысяч недостаточно. В этом случае велика вероятность при использовании, например, градиентных методов нахождения минимума функции ошибки прийти к локальному минимуму, что затрудняет получение точного решения задачи классификации. Кроме этого, решение зависит от начального приближения классифицирующей функции. В описанных условиях целесообразно получить приближенный вид классифицирующей функции, основываясь на ее значении, например, в виде решающего правила, рассчитанного методом наименьших

квадратов. После этого уже с помощью градиентных методов выполнить подстройку коэффициентов разделяющей функции минимизацией ошибки ложной тревоги при заданном ограничении на ошибку пропуска цели.

Целью данной работы является разработка метода получения приближенной разделяющей поверхности для классификации двух классов, основанного на взвешенном учете объектов в зависимости от их положения относительно межклассовой границы.

Приближенная классифицирующая функция

Расчет приближенной классифицирующей функции в пространстве признаков размерности n для двух классов, обозначенных индексами «o» и «n» по обучающей последовательности, содержащей N_o-образов 1-го класса и N_n-образов 2-го класса, основан на минимизации следующего функционала:

$$\Psi(a_1,...,a_m)=\frac{1}{N_o}\sum_{i=1}^{N_o}\left(f\left(\vec{\chi}^{oi},\vec{a}\right)-1\right)^2+\frac{1}{N_n}\sum_{i=1}^{N_n}\left(f\left(\vec{\chi}^{ni},\vec{a}\right)+1\right)^2, \quad (1)$$

где $f\left(\vec{\chi}^i,\vec{a}\right)=\sum_{k=1}^{m(m>n)}a_k\chi_k^i$ – классифицирующая функция, такая, что для первого класса $f\left(\vec{\chi}^{oi},\vec{a}\right)\approx 1$, а для второго – $f\left(\vec{\chi}^{ni},\vec{a}\right)\approx -1$. Таким образом, геометрическое место точек $f\left(\vec{\chi}^{i},\vec{a}\right)=0$ определяет границу между классами. Приведенный функционал соответствует методу наименьших квадратов для определения функции предпочтения [5]; χ_k^i – координаты образа i в спрямляющем пространстве размерности $m>n$, равной числу коэффициентов разделяющей функции. Если классифицирующая функция $f\left(\vec{\chi}^{i},\vec{a}\right)$ имеет k-й порядок относительно исходных признаков $x_1,...,x_n$ и представляет собой полный полином, то размер спрямляющего пространства m будет равен $m=\frac{\prod_{i=1}^{k}(n+i)}{k!}$.

Минимизируя функционал $\Psi(a_1,...,a_m)$ из условия $\frac{\partial\Psi(a_1,...,a_m)}{\partial a_j}=0$, получим систему линейных уравнений

$$\sum_{k=1}^{m}a_k\left[\frac{1}{N_o}\sum_{i=1}^{N_o}\chi_k^{oi}\chi_j^{oi}+\frac{1}{N_n}\sum_{i=1}^{N_n}\chi_k^{ni}\chi_j^{ni}\right]=\frac{1}{N_o}\sum_{i=1}^{N_o}\chi_j^{oi}-\frac{1}{N_n}\sum_{i=1}^{N_n}\chi_j^{ni},\ j=1\,...\,m,$$

или в матричном виде $A\vec{a}=\vec{g}$.

Найденный с помощью такой минимизации приблизительный вид разделяющей функции обладает существенным недостатком, который заключается в зависимости формы классифицирующей гиперповерхности от плотности распределения обучающих объектов вдали от границы между классами. Практически всегда плотность объектов классов вдали от границы значительно больше, чем на границе, как правило, разреженной, что и приводит к несоответствию полученной разделяющей функции действительной границе между классами. Такое несоответствие кроме

ухудшения показателей системы обнаружения относительно ошибок первого и второго рода на практике часто приводит к зависимости качества решения задачи классификации от условий применения системы. Последнее может быть вызвано неравномерным составом обучающих объектов, что почти всегда имеет место при рассмотрении базы данных изображений.

Классифицирующая функция на основе взвешивания обучающих объектов

Для повышения качества нахождения границы в виде разделяющей гиперповерхности необходимо учитывать объекты, близкие к границе в большей степени, чем отдаленные от нее. Для этого удобно выполнить взвешивание объектов в обучающей последовательности. Учитывая, что в рассматриваемой постановке граница задается выражением $f\left(\vec{\chi}^{i},\vec{a}\right)=0$, для обеспечения быстрого спада влияния объектов при удалении от границы можно воспользоваться экспоненциальной весовой функцией вида:

$$W(f)=e^{-\frac{|f|^{n}}{\alpha}} \text{ или } W(f)=e^{-\frac{f^{2n}}{\alpha}},$$

где α и n – параметры, регулирующие скорость спада функции при отдалении от нулевого значения.

С учетом введения весовых функций и соответствующей перенормировки функционал (1) примет вид:

$$\Psi(a_1,...,a_m)=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{N_o}W\left(f^{i}\right)}\sum_{i=1}^{N_o}W\left(f^{i}\right)\left(f\left(\vec{\chi}^{oi},\vec{a}\right)-1\right)^{2}+\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{N_n}W\left(f^{i}\right)}\sum_{i=1}^{N_n}W\left(f^{i}\right)\left(f\left(\vec{\chi}^{ni},\vec{a}\right)+1\right)^{2}. \qquad (2)$$

Полученный функционал при переходе к системе уравнений

$$\frac{\partial\Psi(a_1,...,a_m)}{\partial a_j}=0$$

приводит уже не к линейной системе, как в предыдущем случае, а к более сложной нелинейной зависимости, которая в матричной форме имеет вид

$$A\left(\vec{a}\right)\vec{a}=\vec{g}\left(\vec{a}\right).$$

Для получения решения системы можно воспользоваться итеративной процедурой

$$\vec{a}_{t+1}=A^{-1}\left(\vec{a}_{t}\right)\vec{g}\left(\vec{a}_{t}\right),$$

используя в качестве нулевого приближения $\vec{a}_0$ решение, дающее минимум исходного функционала (1), полученного для невзвешенного случая. Теоретический вопрос о сходимости приведенной итеративной процедуры к точному решению пока еще остается открытым, однако на практике выявлено, что получаемые решения сходятся достаточно быстро. Как правило, проведя 10 – 20 итераций можно гарантировать получение

$$\sum_{i=1}^{m}\left(a_i^{t+1}-a_i^{t}\right)^{2}<\varepsilon=0{,}001.$$

Результаты работы метода для двумерного случая приведены на рис. 1.

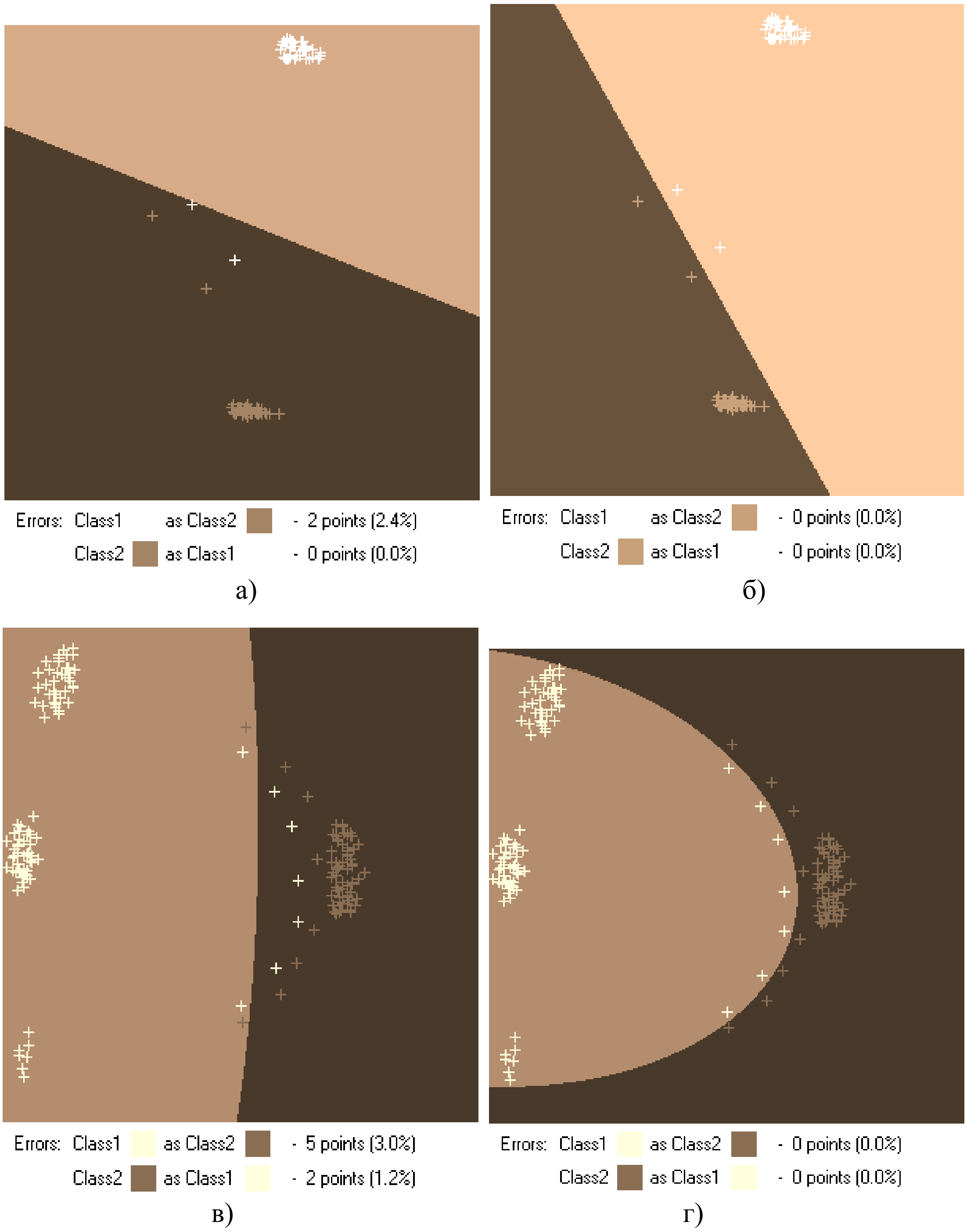


Рисунок 1 – Результаты определения границы между классами в двумерном случае:
а) и в) – решения, полученные с помощью минимизации функционала (1);
б) и г) – решения, полученные на основе взвешенного функционала (2)

Полученные описанным методом решения позволяют сформировать разделяющую функцию

$$R(\vec{\chi}^i,\vec{a})=\begin{cases} f(\vec{\chi}^i,\vec{a})>0, \vec{\chi}^i\in\Omega_o, \\ f(\vec{\chi}^i,\vec{a})<0, \vec{\chi}^i\in\Omega_n, \end{cases}$$

не удовлетворяющую пока выдвинутым требованиям допустимой ошибки пропуска цели.

Если максимальная допустимая ошибка пропуска цели задана параметром P^o, то удовлетворить требованиям можно установкой некоторого порога Π^o на значение разделяющей функции:

$$R(\vec{\chi}^i, \vec{a}) = \begin{cases} f(\vec{\chi}^i, \vec{a}) > \Pi^o, \ \vec{\chi}^i \in \Omega_o \\ f(\vec{\chi}^i, \vec{a}) < \Pi^o, \ \vec{\chi}^i \in \Omega_n \end{cases},$$

при котором доля пропусков объекта классификации по обучающей выборке будет меньше либо равна P^o. В этом случае разделяющая функция $f(\vec{\chi}^i, \vec{a})$, задаваемая параметрами $\vec{a}$, просто подвергается пространственному сдвигу. Более качественным методом учета требуемого ограничения на ошибку пропуска цели является рассмотрение полученной разделяющей функции как начальной при проведении итеративной процедуры минимизации ошибок ложной тревоги при заданном ограничении на ошибку пропуска цели. Такая процедура может быть выполнена любым численным методом поиска экстремума функций.

Выводы

Предложенный итерационный метод дает возможность получать разделяющие гиперповерхности с учетом особенностей расположения обучающих объектов на границе между классами. Это позволяет более точно определять границу между классами в случае, если вблизи точной границы содержится относительно небольшое число обучающих объектов. Метод может использоваться как метод предварительного обучения, если в качестве исходной ставится задача минимизации ошибки ложной тревоги при заданном ограничении на ошибку пропуска цели, что часто необходимо при решении задач обнаружения объектов.

Литература

1. Мурыгин К.В. Поиск области лица на изображении методом сопоставления с эталоном с использованием нескольких шаблонов // Проблемы бионики. – 2003. – № 59. – С. 55-59.
2. Мурыгин К.В., Нюнькин К.М. Компьютерное обнаружение лиц людей на изображении // Программные продукты и системы. – 2001. – № 2. – С. 25-29.
3. Мурыгин К.В., Нюнькин К.М. Локализация на изображении лица человека // Труды Междунар. конф. «Знание – Диалог – Решение». – СПб. – 2001. – С. 490-495.
4. Мурыгин К.В. Автоматический анализ цифровых изображений с целью обнаружения лиц с боковыми поворотами // Искусственный интеллект. – 2005. – № 3. – С. 649-657.
5. Васильев В.И. Распознающие системы: Справочник. – К.: Наукова думка, 1983. – 423 с.

К.В. Муригін

Побудова класифікаторів на основі поділяючих поверхонь

У статті розглядається проблема побудови поліноміальної поділяючої гіперповерхні для задачі класифікації двох класів зображень. Пропонується ітераційний метод, що дозволяє одержувати поділяючі гіперповерхні з урахуванням особливостей розташування навчальних об’єктів на границі між класами. Метод заснований на зважуванні навчальних об’єктів у залежності від віддалення від границі між класами.

K.V. Murygin

Classifiers Construction Based on Separate Hyper Surfaces

The paper is devoted to the problem of construction of polynomial separate surfaces for the task of two-class images classification. It is proposed an iteration method that provide to get the coefficients of separate hyper surfaces based on taking into account of peculiarity of the location of learning examples on the boundary between classes. The method is based on the weighting of learning examples depending on its distance from the boundary between classes.

Статья поступила в редакцию 21.04.2008.